

УДК 531/534

ДОСЛІДЖЕННЯ РІВНЯНЬ В'ЯЗЕЙ ДЛЯ КУЛІ, ЩО КОТИТЬСЯ ПО ЛОЩИНІ БЕЗ КОВЗАННЯ.

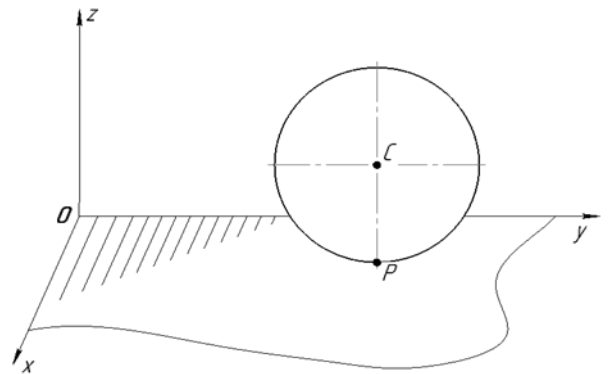
Студент Іванов Д.В., к.т.н., доц. Штефан Н.І

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Отримаємо рівняння в'язей для кулі радіусом r , яка котиться по площині без ковзання.

Положення кулі визначається координатами x_C, y_C, z_C центра мас і трьома кутами його повороту навколо центру мас. Цими кутами можуть бути кути Ейлера. При будь-якому положенні кулі відстань від точки C до площини Oxy дорівнює його радіусу. Тому одне з рівнянь в'язі має вигляд $z_C = r$. Інші рівняння в'язей визначимо із умови кочення без ковзання:



$$\bar{v}_P = \bar{v}_C + \bar{\omega} \times \bar{r} = 0; \quad \bar{r} = \overline{CP},$$

або в проекціях на осі нерухомої системи координат:

$$\dot{x}_C - r\omega_y = 0; \quad \dot{y}_C - r\omega_x = 0; \quad \dot{z}_C = 0.$$

Інтегрування останнього рівняння дає отриману вище геометричну умову $z_C = r$.

Кінематичне рівняння в проекціях на осі нерухомої системи координат:

$$\omega_x = \dot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi;$$

$$\omega_y = -\dot{\phi} \sin \theta \cos \psi + \dot{\theta} \sin \psi.$$

Таким чином, рівняннями в'язей для кулі є:

$$\dot{x}_C + r \dot{\phi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \stackrel{?}{=} 0,$$

$$\dot{y}_C + r \dot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \stackrel{?}{=} 0,$$

$$z_C = 0.$$

Перші два не інтегруються, так як є рівняннями неголономних в'язей.